

一、单选题

1.若集合 $A = \{x|-1 \leq x < 5\}$, $B = \{x|-2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

A. $\{x|-1 \leq x < 2\}$

B. $\{x|-2 < x < 2\}$

C. $\{x|-2 < x < 5\}$

D. $\{x|-1 \leq x < 5\}$

答案: A

2.已知 $\sin \alpha < \alpha$ 且 $\tan \alpha < \alpha$, 则 α 是 ()

A.第一象限角

B.第二象限角

C.第三象限角

D.第四象限角

答案: D

3.下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 ()

A. $y = \sin 2x$

B. $y = x^2$

C. $y = \tan x$

D. $y = \cos 3x$

答案: D

4.函数 $y = 1 + \log_2 x (x > 0)$ 的反函数为 ()

A. $y = 2^{1-x} (x \in \mathbb{R})$

B. $y = 2^{x-1} (x \in \mathbb{R})$

C. $y = -1 + \log_{1/2} x (x > 0)$

D. $y = \log_2 x / 2 (x > 0)$

答案: B

5.函数 $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$ 的最小正周期为 ()

A. 4π

B. 2π

C. π

D. $\pi/2$

答案: C

6.已知平面 α , 两条直线 l_1, l_2 . 设甲: $l_1 \perp \alpha$ 且 $l_2 \perp \alpha$; 乙: $l_1 // l_2$, 则 ()

A.甲是乙的必要条件但不是充分条件

B.甲是乙的充分条件但不是必要条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

答案: B

7.下列函数中,在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 ()

A. $y = x^2 + x$

B. $y = \log_{1/2} x$

C. $y = (1/4)^x$

D. $y = \cos x$

答案: A

8.不等式 $|x-1| > 1$ 的解集为 ()

A. $\{x|x > 2\}$

B. $\{x|x < 0\}$

C. $\{x|0 < x < 2\}$

D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

答案: D

9.已知向量 $a = (6, 0, -3)$, $b = (-2, 9, x)$, 且 $a \perp b$, 则 $x =$ ()

A. -4

B. -1

C. 1

D. 4

答案: A

10.已知函数 $f(x) = 2x+1$, 则 $f(2x) =$ ()

A. $4x^2+1$

B. $4x+1$

C. $x+1$

D. $2x+2$

答案: B

11. $(1+i)(1-i) =$ ()

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

答案: A

12.甲,乙各进行一次射击,若甲击中目标的概率是0.4,乙击中目标的概率是0.5,且甲、乙是否击中目

标相互独立，则甲、乙都击中目标的概率是（ ）

A.0.9

B.0.5

C.0.4

D.0.2

答案：D

13.双曲线 $x^2/4-y^2/9=1$ 的渐近线方程为（ ）

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

答案：C

14.等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_3+a_5=2$ ，则 $a_1+a_2+a_6+a_7=$ （ ）

A.1

B.2

C.4

D.8

答案：C

15.过抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点作 x 轴的垂线，交 C 于 A, B 两点，则 $|AB|=$ （ ）

A.2

B.4

C. $4\sqrt{2}$

D.8

答案：B

16.若向量 $a=(3, 4)$ ，则与 a 方向相同的单位向量为（ ）

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $(3/5, 4/5)$

D. $(4/5, 3/5)$

答案：C

17.由 0, 1, 2, 3 四个数字，组成没有重复数字的三位数，共有（ ）

A.18 个

B.24 个

C.48 个

D.64 个

答案: A

二、填空题

18. 圆 $x^2+y^2=5$ 在点(1, 2)处的切线的方程为 $(x+2y-5=0)$

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2n+1$, 则 $a_2=$ (2)

20. 设球的表面积为 4π , 则该球的体积为 $(4\pi/3)$

21. 从某大学篮球队历次比赛得分中, 抽取了 8 场比赛的得分作为样本, 数据如下:88, 74, 73, 87, 70, 72,86, 90, 则该样本的方差为 (62.25)

三、问答题

22. 已知 A, B 为圆 O 上的两点, 且 $AB=3\sqrt{3}$, $\angle ABO=30^\circ$, 求圆 O 的半径。

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA=OB=r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$, 所以 $\angle AOB=120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2+r^2-2r^2\cos 120^\circ=(3\sqrt{3})^2$, 解得 $r=3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

答案:

四、材料分析题

23. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2+a_4=-10$. 公比 $q=-1/3$

(1) (问) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

23. (I) 由已知得 $a_1q+a_1q^3=-10$,

又 $q=-\frac{1}{3}$, 所以 $a_1\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{27}\right)=-10$, 解得 $a_1=27$,

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=27\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

答案:

(2) (问) 求 $\{a_n\}$ 的前 4 项和.

(II) $a_1+a_3=\frac{1}{q}(a_2+a_4)$, 又 $a_2+a_4=-10$, 故 $a_1+a_2+a_3+a_4=20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 20.

答案:

24. 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(1) (问) 求 $f(x)$;

答案: $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(2) (问) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值。

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26, f(0) = 2, f(1) = 1, f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

答案:

25. 已知椭圆 $C: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, 1/2)$ 为 C 上两点

(1) (问) 求 C 的标准方程;

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

答案:

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(2) (问) 设 P 为 C 的左顶点, 求 $\triangle PMN$ 的面积.

(II) 由 (I) 得 $P(-2, 0)$, 故 $|PM| = \sqrt{5}$, 直线 PM 的方程为 $x + 2y + 2 = 0$,

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

所以 $\triangle PMN$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$.

答案: