

一、单选题

1.若集合 $A = \{x|-1 \leq x < 5\}$, $B = \{x|-2 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x|-1 \leq x < 2\}$
- B. $\{x|-2 < x < 2\}$
- C. $\{x|-2 < x < 5\}$
- D. $\{x|-1 \leq x < 5\}$

答案: A

2.已知 $\sin \alpha < \alpha$ 且 $\tan \alpha < \alpha$, 则 α 是 ()

- A. 第一象限角
- B. 第二象限角
- C. 第三象限角
- D. 第四象限角

答案: D

3.下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 ()

- A. $y = \sin 2x$
- B. $y = x^2$
- C. $y = \tan x$
- D. $y = \cos 3x$

答案: D

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 =$ ()

- A. 31
- B. 25
- C. 24
- D. 13

答案: B

5.函数 $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$ 的最小正周期为 ()

- A. 4π
- B. 2π
- C. π
- D. $\pi/2$

答案: C

6.设甲: 函数 $y = k/x$ 的图像经过点 $(1, 3)$; 乙: $k = 3$, 则 ()

- A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

答案: C

7.下列函数中,在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 ()

A. $y = x^2 + x$

B. $y = \log_{1/2}x$

C. $y = (1/4)^x$

D. $y = \cos x$

答案: A

8.不等式 $|x-1| > 1$ 的解集为 ()

A. $\{x|x > 2\}$

B. $\{x|x < 0\}$

C. $\{x|0 < x < 2\}$

D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

答案: D

9.从5位工人中选2人,分别担任保管员和质量监督员,则不同的选法共有 ()

A. 10种

B. 20种

C. 60种

D. 120种

答案: B

10.若 $a > 0, b > 0$,则 $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}}$ = ()

A. $\frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

B. $\frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b$

C. $\log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

D. $\frac{1}{2} \log_2 a - \log_2 b$

答案: A

11.直线 $y = x - 2$ 与两坐标轴分别交于A, B两点, O为坐标原点,则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. $4\sqrt{2}$

答案: B

12. 甲、乙各进行一次射击, 若甲击中目标的概率是 0.4, 乙击中目标的概率是 0.5, 且甲、乙是否击中目标相互独立, 则甲、乙都击中目标的概率是 ()

A. 0.9

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.2

答案: D

13. 双曲线 $x^2/4 - y^2/9 = 1$ 的渐近线方程为 ()

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

答案: C

14. 已知函数 $f(x) = 1/(x-1)$, 则 $f(2)$ 和 $f(-2)$ 的等差中项等于 ()

A. $1/7$

B. $1/6$

C. $1/3$

D. $2/3$

答案: C

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

答案: B

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为 ()

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $(3/5, 4/5)$

D. $(4/5, 3/5)$

答案: C

17. 已知函数 $f(x)=ax^3$, 若 $f'(x)=9$, 则 $a=$ ()

A. 1/9

B. 1/3

C. 1

D. 3

答案: B

二、填空题

18. 函数 $y=\sqrt{(1+x)}/x$ 的定义域为 $(\{x|x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\})$

19. 已知函数 $f(x)=2x+1$, 则 $f(2x)=$ $(4x+1)$

20. 圆 $x^2+y^2=5$ 在点 $(1, 2)$ 处切线的方程为 $(x+2y-5=0)$

21. 若 28, 37, x , 30 四个数的平均数为 35, 则 $x=$ (45)

三、问答题

22. 已知 A, B 为圆 O 上的两点, 且 $AB=3\sqrt{3}$, $\angle ABO=30^\circ$, 求圆 O 的半径。

22. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA=OB=r$.

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB=\angle ABO=30^\circ$, 所以 $\angle AOB=120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2+r^2-2r^2\cos 120^\circ=(3\sqrt{3})^2$, 解得 $r=3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

答案:

23. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 且 a_2, a_6, a_{12} 成等比数列, $a_2+a_6+a_{12}=76$. 求 $\{a_n\}$ 的通项公式。

答

案

23. 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $d \neq 0$, 且

$$a_2 = a_1 + d, a_6 = a_1 + 5d, a_{12} = a_1 + 11d,$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} (a_1 + d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 11d) = 76, \\ (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d), \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 14, \\ d = 2. \end{cases}$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 14 + 2(n-1) = 2n + 12$.

四、材料分析题

24. 已知函数 $f(x)=2x^3-3x^2+2$.

(1) (问) 求 $f(x)$;

答案: $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(2) (问) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值。

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26, f(0) = 2, f(1) = 1, f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

答案:

25. 已知椭圆 $C: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, 1/2)$ 为 C 上两点

(1) (问) 求 C 的标准方程;

25. (I) 将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

答案: 因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(2) (问) 求 C 的左焦点到直线 MN 的距离。

(II) C 的左焦点为 $(-\sqrt{3}, 0)$,

直线 MN 的方程为 $\sqrt{3}x - 2y - 2 = 0$,

所以 C 的左焦点到直线 MN 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2|}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}.$$

答案: