

2022 年成人高等学校招生全国统一考试高起点 数学（理科）

第 I 卷(选择题, 共 85 分)

一、选择题（本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 若集合 $M = \{x \mid |x-2| < 1\}$, $N = \{x \mid x > 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ B. $\{x \mid x > 2\}$
C. $\{x \mid 2 < x < 3\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 2\}$
2. 设函数 $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(x+1) =$ ()
A. $x^2 + 2x + 1$ B. $x^2 + 2x$ C. $x^2 + 1$ D. x^2
3. 函数 $y = \lg(x^2 - 4x + 3)$ 的定义域是 ()
A. $\{x \mid -3 < x < -1\}$ B. $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > -1\}$
C. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ D. $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$
4. 下列函数中, 为奇函数的是 ()
A. $y = \cos^2 x$ B. $y = \sin x$ C. $y = 2^{-x}$ D. $y = x + 1$
5. 下列函数中, 为减函数的是 ()
A. $y = \cos x$ B. $y = 3^x$ C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ D. $y = 3x^2 - 1$
6. 设 α 是第三象限角, 若 $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin \alpha =$ ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
7. 函数 $y = x^2 + 1 (x \leq 0)$ 的反函数是 ()
A. $y = -\sqrt{x-1} (x \geq 1)$ B. $y = \sqrt{x-1} (x \geq 1)$
C. $y = \sqrt{x-1} (x \geq 0)$ D. $y = -\sqrt{x-1} (x \geq 0)$
8. 过点 $(-2, 2)$ 与直线 $x+3y-5=0$ 平行的直线是 ()
A. $x+3y-4=0$ B. $3x+y+4=0$ C. $x+3y+8=0$ D. $3x-y+8=0$
9. 已知 $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$, 则 $\sin 2a =$ ()

- A. $\frac{24}{25}$ B. $-\frac{7}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $\frac{24}{25}$

10. 设甲： $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ；乙： $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 。则()

- A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

11. 已知空间向量 i, j, k 为两两垂直的单位向量，向量 $a=2i+3j+mk$ ，若 $|a|=\sqrt{13}$ ，则 $m=()$

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

12. $(2-3i)^2=()$

- A. $13-6i$ B. $13-12i$ C. $-5-6i$ D. $-5-12i$

13. 中心在坐标原点，对称轴为坐标轴，且一个顶点为 $(3, 0)$ ，虚轴长为 8 的双曲线的方程是()

- A. $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$
C. $\frac{y^2}{64}-\frac{x^2}{9}=1$ D. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{64}=1$

14. $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^5$ 的展开式中， x^2 的系数为()

- A. 20 B. 10 C. 5 D. 1

15. 已知直线 $L:3x-2y-5=0$ ，圆 $C:(x-1)^2+(y+1)^2=4$ ，则 C 上到 L 的距离为 1 的点共有()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

16. 袋中有 6 个球，其中 4 个红球，2 个白球，从中随机取出 2 个球，则其中恰有 1 个红球的概率为()

- A. $\frac{8}{15}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{1}{15}$

17. 给出以下两个命题：①如果一条直线与一个平面垂直，则该直线与该平面内的任意一条直线垂直②以二面角的棱上任意一点为端点，在二面角的两个面内分别作射线，则这两条射线所成的角为该二面角的平面角；则()

- A. ①②都为真命题 B. ①为真命题，②为假命题

C. ①为假命题, ②为真命题

D. ①②都为假命题

第 II 卷(非选择题, 共 65 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 点 $(4, 5)$ 关于直线 $y=x$ 的对称点的坐标为_____。

19. 长方体的长、宽、高分别为 2、3、6, 则该长方体的对角线长为_____。

20. 某校学生参加一次科技知识竞赛, 抽取了其中 8 位同学的分数作为样本, 数据如下: 90, 90, 75, 70, 80, 75, 85, 75 则本组数据的平均数为_____。

21. 设函数 $f(x) = x \sin x$, 则 $f'(x) =$ _____。

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 120^\circ$, $BC = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 求 AC . (12 分)

23. 已知 a, b, c 成等差数列; $a, b, c+1$ 成等比数列. 若 $b=6$, 求 a 和 c . (12 分)

24. 已知直线 L 的斜率为 1, L 过抛物线 $C: X^2 = \frac{1}{2}y$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点。 (12 分)

(1) 求 L 与 C 的准线的交点坐标。

(2) 求 $|AB|$ 。

25. 设函数 $f(x) = x \ln x + x$. (13 分)

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 的极值.

2022 年成人高等学校招生全国统一考试高起点
数 学 (理科)

一、选择题

1-5 CBDBC 6-10 DAADA 11-15 CDBCD 16-17 AB

二、填空题

18. (5, 4)

19. 7

20. 80

21. $\sin x + x \cos x$

三、解答题

22.

22. 解: $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$ 得 $\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 120^\circ = 4\sqrt{3}$.

所以 $AB = 4$.

因此 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 120^\circ = 48$.

所以 $AC = 4\sqrt{3}$.

23.

23. 由已知得
$$\begin{cases} a + c = 12, \\ a(c + 1) = 36. \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a = 4, \\ c = 8. \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = 9, \\ c = 3. \end{cases}$$

24.

(1)

C 的焦点为 $(0, \frac{1}{8})$, 准线为 $y = -\frac{1}{8}$.

由题意得 l 的方程为 $y = x + \frac{1}{8}$.

因此 l 与 C 的准线的交点坐标为 $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8})$.

(2)

$$\begin{cases} y = x + \frac{1}{8}, \\ y = 2x^2, \end{cases} \text{ 得 } 2x^2 - x - \frac{1}{8} = 0.$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}, y_1 + y_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

因此 $|AB| = y_1 + y_2 + \frac{1}{4} = 1$.

25.

(1)

$f(1) = 1, f'(x) = 2 + \ln x$, 故 $f'(1) = 2$.

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x - 1$.

(2)

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = e^{-2}$.

当 $0 < x < e^{-2}$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > e^{-2}$ 时, $f'(x) > 0$.

故 $f(x)$ 在区间 $(0, e^{-2})$ 单调递减, 在区间 $(e^{-2}, +\infty)$ 单调递增.

因此 $f(x)$ 在 $x = e^{-2}$ 时取得极小值 $f(e^{-2}) = -e^{-2}$.