

全国成人高考数学（理）考前模拟卷（一）

第 I 卷（选择题）

一、选择题：1-12 小题，每小题 7 分，共 84 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, $N = \{2, 4, 6\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{2, 4, 6\}$ C. $\{1, 3, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. 函数 $y = 3 \sin \frac{\pi}{4}$ 的最小正周期是 ()

- A. 8π B. 4π C. 2π D. $\frac{2\pi}{3}$

3. 函数 $y = \sqrt{x(x-1)}$ 的定义域为 ()

- A. $\{x|x \geq 0\}$ B. $\{x|x \geq 1\}$ C. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x|x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$

4. 设 a, b, c 为实数，且 $a > b$, 则 ()

- A. $a - c > b - c$ B. $|a| > |b|$ C. $a^2 > b^2$ D. $ac > bc$

5. 若 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, 且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \theta =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 函数 $y = 6 \sin x \cos x$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 6 D. 3

7. 设 $f(x+1) = x(x+1)$, 则 $f(2) =$ ()

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 6

8. 函数 $y = 2^x$ 的图像与直线 $x + 3 = 0$ 的交点坐标为 ()

- A. $\left(-3, -\frac{1}{6}\right)$ B. $\left(-3, \frac{1}{8}\right)$ C. $\left(-3, \frac{1}{6}\right)$ D. $\left(-3, -\frac{1}{8}\right)$

9. 双曲线 $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$ 的焦距为 ()

- A. 1 B. 4 C. 2 D. $\sqrt{2}$

10. 已知三角形的两个顶点是椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点, 第三个顶点在 C 上, 则该三角形的周长为 ()

- A. 10 B. 20 C. 16 D. 26

11. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 a_4 = 10$, 则 $a_1 a_6 + a_2 a_5 =$ ()

- A. 100 B. 40 C. 10 D. 20

12. 若 1 名女生和 3 名男生随机地站成一列, 则从前面数第 2 名是女生的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

二、填空题: 13-15 小题, 每小题 7 分, 共 21 分.

13. 函数 $y=2\sin 2x$ 的最小正周期是_____.

14. 已知平面向量 $a = (1, 2)$, $b = (-2, 3)$, 则 $2a + 3b =$ _____.

15. 求 $1+i/1-i =$ _____.

三、解答题: 16-18 小题, 每小题 15 分, 共 45 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (15 分)

若 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7$, $S_3 = -15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 求 S_n 的最小值.

17. (15 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4, 两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$

(1) 求 C 的标准方程

(2) 若 P 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 求 $\cos \angle F_1 P F_2$.

18. (15 分)

已知圆的方程为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 外一点 $P(2,3)$, 由此点向圆引一条斜率存在的切线, 求切线方程.

参考答案及解析

一、选择题

1-5: AADAB 6-10: DCBBC 11-12: DA

二、填空题

13. π

14. $(-4, 13)$

15. i

三、解答题

16. 解: (1) \because 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = -7$, $S_3 = -15$

$$\therefore S_3 = 3 \cdot (-7) + \frac{3 \cdot (3-1)}{2} d = -15, \text{ 解得 } d = 2$$

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n - 9$ ($n \in \mathbb{N}^+$).

前 n 项和 $S_n = n^2 - n - 8 = (n-4)^2 - 16$, 所以当 $n=4$ 时, S_n 取最小值, 最小值为 -16 .

17. (1) 由已知可得 C 的长半轴的长 $a=2$, 半焦距 $c=\sqrt{3}$, 故 C 的短半轴的长 $b=\sqrt{a^2-c^2}=1$, 又 C

的焦点在 x 轴上, 所以 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

(2) 根据椭圆的定义, 可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$, 由题设知 $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 解得 $|PF_1| = 3$, $|PF_2| = 1$, 又

$|F_1F_2| = 2\sqrt{3}$, 所以在 $\triangle F_1PF_2$ 中,

$$\cos \angle F_1PF_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} = -\frac{1}{3}$$

18. 解: 设切线的斜率为 k , 那么切线方程为 $y-3=k(x-2)$, 将 y 的值代入圆的方程, 得

$$(x-1)^2 + [k(x-2)+2]^2 = 1$$

整理得 $(1+k^2)x^2 - (2-4k+4k^2)x + 4k^2 - 8k + 4 = 0$

因为直线与圆相切时, 方程有两个相等的实根, 判别式等于零.

所以 $(2-4k+4k^2)^2 - 4(1+k^2)(4k^2-8k+4) = 0$

解得: $k = \frac{3}{4}$. 所以圆的切线方程为: $y-3 = \frac{3}{4}(x-2)$